EXERCÍCIOS

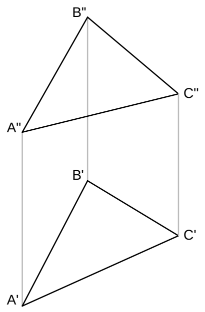
MÚLTIPLA PROJECÇÃO ORTOGONAL – (exercícios resolvidos) ***MPO_er_01***

2006

1) Verdaddeiras grandezas

Dados:

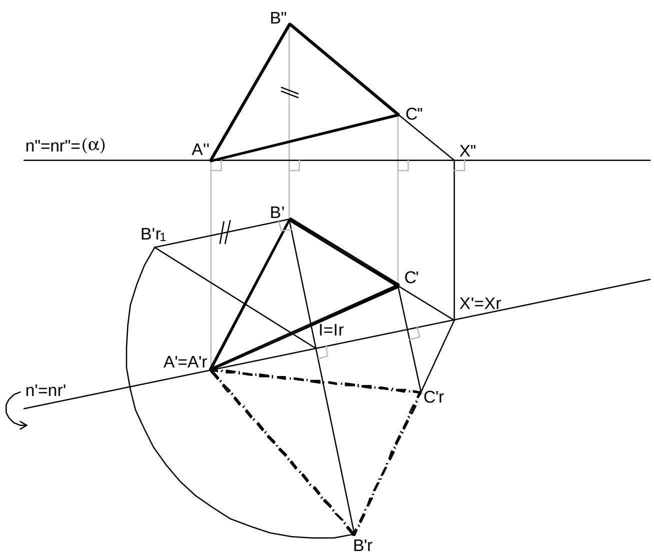
Considere um triângulo **[ABC]** dado por duas projecções ortogonais.



Problema:

Determine a Verdadeira Grandeza do triângulo.

Resolução:



Para determinar a Verdadeira Grandeza do triângulo vamos proceder ao rebatimento do plano que o contém para um plano horizontal ou frontal. Neste caso considerou-se o rebatimento do plano do triângulo para o plano de nível do vértice **A**. A recta **n** de nível do plano do triângulo foi tomada como charneira do rebatimento.

Note-se que pelo facto do ponto **A** pertencer à charneira é um ponto fixo do rebatimento. Da mesma forma, o ponto **X** também é fixo.

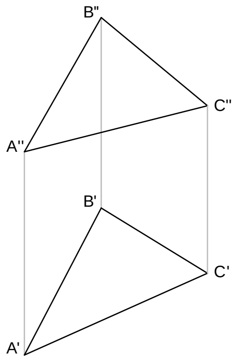
Torna-se suficiente aplicar o método geral do rebatimento (triângulo do rebatimento) apenas ao ponto B.

(sugestão: procure resolver o exercício através da mudança de planos de projecção)

2) Representação de sólidos.

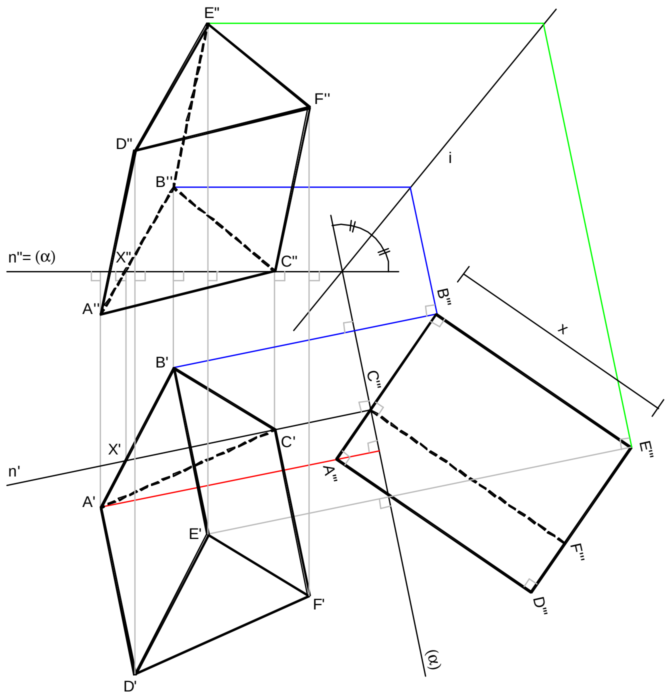
<u>Dados:</u>

Considere um triângulo **[ABC]** dado por duas projecções ortogonais.



<u>Problema:</u>

Determine as projecções de um prisma recto com **x** de altura e base **[ABC]**.



<u>Resolução:</u>

Como se sabe, se uma recta é perpendicular a um plano, então a sua direcção é ortogonal a todas as direcções contidas na orientação do plano. Por outro lado, se duas direcções são ortogonais, então a projecção ortogonal de uma delas numa orientação que contenha a outra é ortogonal a essa outra. Dito de outro modo: se uma recta **a** é ortogonal a uma recta **b**, então a sua projecção ortogonal **a'** num plano α paralelo à recta **b** é ortogonal à projecção **b'** da recta **b** sobre o plano α.

Daqui resulta que, sendo o prisma recto, as projecções horizontais das arestas laterais são perpendiculares às rectas de nível do plano do triângulo **[ABC]** pelo que podem ser conduzidas directamente a partir do momento em que se conhece a direcção de nível **n**.

Por mudança do Plano Vertical de Projecção podem transformar-se as perpendiculares ao plano **A.B.C** em rectas frontais. Nesta 3ª projecção pode marcar-se directamente a altura **x** do prisma uma vez que a projecção frontal de rectas frontais preserva a métrica das rectas.

A partir do momento em que se resolve a 3ª projecção facilmente se resolvém as duas projecções iniciais.

(sugestão: resolva o exercício recorrendo à rotação das arestas)

3) Representação de sólidos

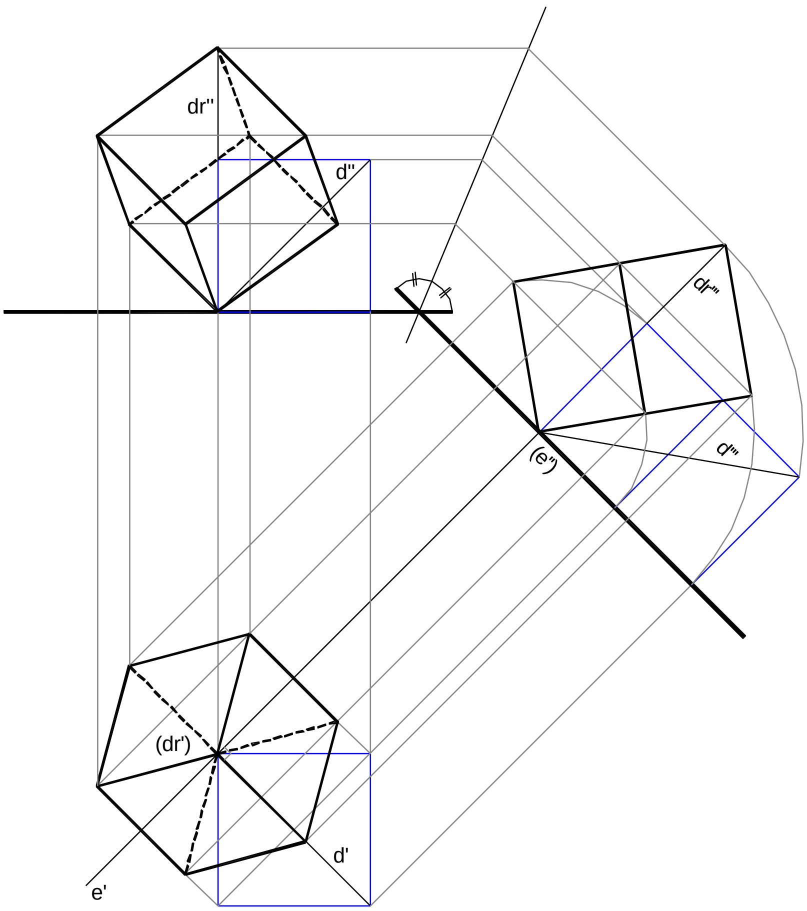
<u>Dados:</u>

Considere um cubo.

<u>Problema:</u>

Determine as projecções do cubo de modo a que este fique com uma diagonal espacial vertical.

<u>Resolução:</u>



Considere-se o cubo inicial (a azul na figura) com faces paralelas e perpendiculares aos planos de projecção.

Neste cubo eleja-se uma diagonal espacial **d** que deverá ser colocada em posição vertical.

Para colocar a diagonal d numa posição vertical é necessário rodá-la.

Note-se que a direcção **d** e a direcção vertical definem uma orientação vertical, pelo que a direcção de qualquer eixo em torno do qual **d** rode até ficar vertical é seguramente horizontal. Trata-se então da direcção horizontal ortogonal à direcção **d**.

Para o efeito considerou-se o eixo **e** de nível passante por um dos extremos da diagonal **d**, que em virtude disso é um ponto fixo da rotação.

Para resolver a rotação da diagonal **d** considerou-se uma terceira projecção do cubo de modo a que o eixo **e** fique de topo. Nesta projecção, os arcos da rotação são desenhados em verdadeira grandeza.

Após se ter resolvido a rotação na 3ª projecção as outras duas resolvem-se facilmente.

(sugestão: procure representar outras vistas do cubo com a digonal espacial vertical)

4) Sombras.

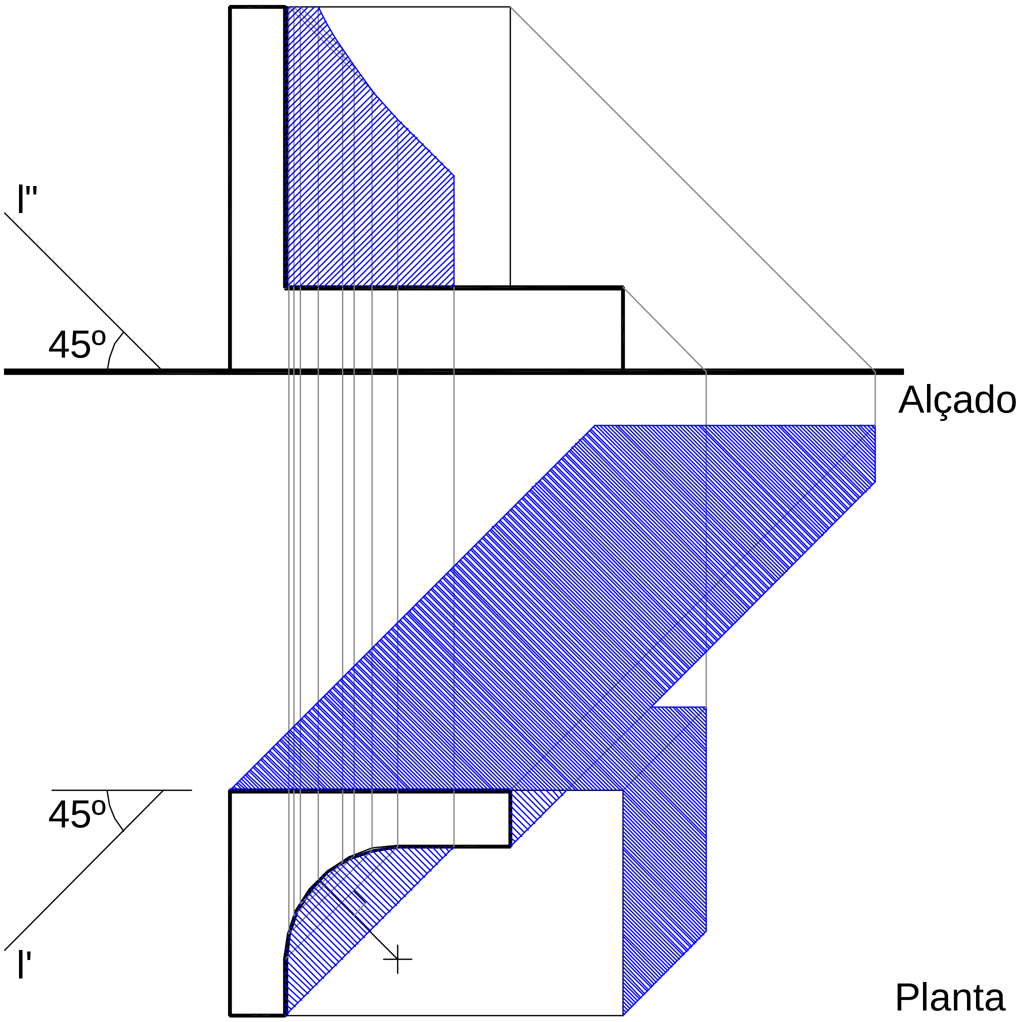
Dados:

Considere o sólido abaixo dado e a direcção luminosa convencional.

Problema:

Determine as sombras própria, auto-produzida e produzida no Plano Horizontal de Projecção.

Resolução:



Para a resolução de um exercício deste tipo segue-se o método geral.

Por cada ponto **X** conduz-se uma recta luminosa que se intersecta com a primeira superfície que se interponha no seu percurso. O ponto de intersecção é o ponto $\mathbf{X_s}$.

(sugestão: resolva o exercício considerando outra direcção lumisosa ou considerando um foco luminoso distância finita)

5) Sombras/Isofotos.

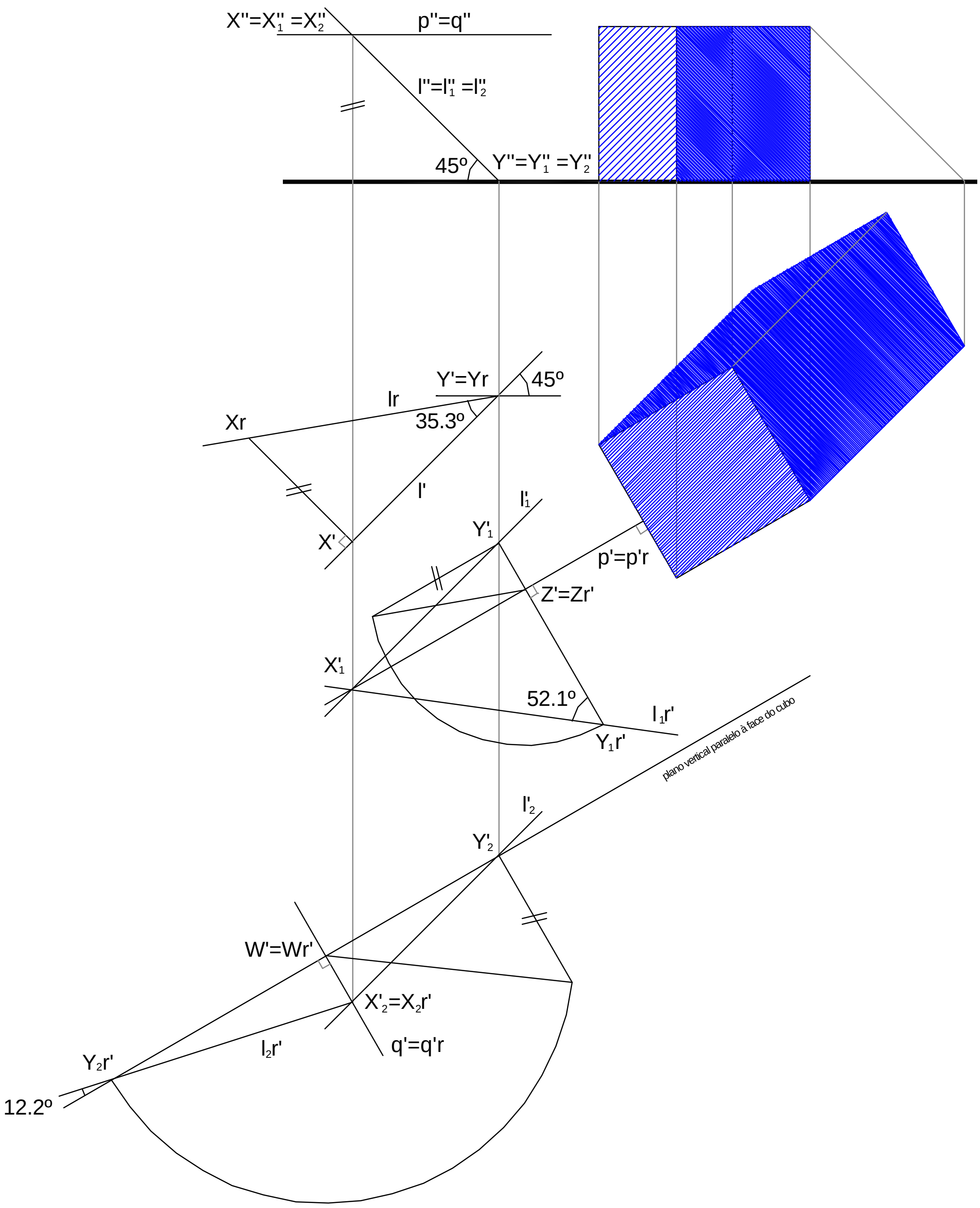
Dados:

Considere o cubo dado e a direcção luminosa convencional.

Problema:

Determine as sombras própria, auto-produzida e produzida no Plano Horizontal de Projecção considerando a teoria dos isofotos.

Resolução:



De acordo com a teoria dos isofotos, quanto maior é o ângulo de incidência da luz com a superfície dos corpos, maior é a sua luminosidade.

Se a luz incidir ortogonalmente à superfície o brilho é máximo.
Se a luz for rasante (0º com a superfície) o brilho é minímo.

Neste caso concreto, são visíveis três faces do cubo.

O primeiro passo da resolução do exercício corresponde à determinação da inclinação da direcção luminosa relativamente às faces do cubo.

Considere-se a recta luminosa **l** e a face horizontal visível do cubo.
Determinar a inlinação da recta **l** relativamente à face horizontal equivale a determinar a sua inclinação com o plano horizontal. Para o efeito considera-se o plano vertical que contém a recta **l** e efectua-se o seu rebatimento de modo a colocá-lo em verdadeira grandeza. Nesta operação identifica-se o ângulo que fazem **l** e **l'** (neste caso tem-se aproximadamente 35,3º).

Cosidere-se a recta luminosa $\mathbf{l_1}$ e a face vertical visível com abertura para a direita.
Por um ponto $\mathbf{X_1}$ da recta $\mathbf{l_1}$ conduza-se uma recta **p** perpendicular à face do cubo (note-se que esta recta é de nível). A inclinação da recta $\mathbf{l_1}$ relativamente à face do cubo é complementar da inclinação entre as rectas $\mathbf{l_1}$ e **p**. Tomando a recta **p** como charneira do rebatimento do plano $\mathbf{p.l_1}$ pode determinar-se a inclinação entre as rectas **p** e $\mathbf{l_1}$ bem como a inclinação complementar (neste caso tem-se aproximadamente 52,1º).

Considere-se a recta luminosa $\mathbf{l_2}$ e a face vertical visível com abertura à esquerda.
Por uma ponto $\mathbf{X_2}$ da recta $\mathbf{l_2}$ conduza-se uma recta **q** perpendicular à face do cubo (note-se que esta recta é de nível). A determinação da inclinação pretendida faz-se de forma semelhante à anterior (neste caso tem-se aproximadamente 12,2º).

No tratamento gráfico das superfícies deve ter-se em conta uma variação entre o claro escuro mais ou menos proporcional à variação entre os ângulos de inclinação.

A determinação da sombra produzida faz-se de acordo com o método geral (ver exercício anterior) e o seu tratamento gráfico deverá aproximar-se da tonalidade relativa às inclinações luminosas menores.

(sugestão: procure resolver o exercício substituindo o cubo por uma pirâmide quadrangular regular)